

Тема лекции № 13. Модели управления запасами

Цель лекции: Рассмотреть модели управления запасами. Стратегия управления запасами.

Проблемы управления запасами возникают на предприятии в самых различных ситуациях. Это могут быть запасы готовой продукции, производимой предприятием. Это могут быть запасы исходного сырья и материалов, инструментов и запчастей. На предприятии возникают и внутренние запасы полуфабрикатов, производимых данным предприятием и используемых здесь же. Все эти различные виды запасов, возникающие по разным причинам в различных многообразных ситуациях, объединяет общая проблематика. Как организовать процесс принятия управленческих решений таким образом, чтобы не возникало перебоев в снабжении товарами? Как при этом добиться минимизации издержек, связанных с запасами? Другими словами, как управлять запасами?

Возникающие здесь ситуации достаточно многообразны, и мы не получим единого рецепта, пригодного во всех случаях. Однако мы сформируем общий подход к решению возникающих здесь проблем. Этот подход позволит разобраться в сплетении различных факторов, влияющих на ситуацию, построить ее модель в аналитической или имитационной форме, получить расчетные материалы для анализа и принятия решений по оптимизации запасов.

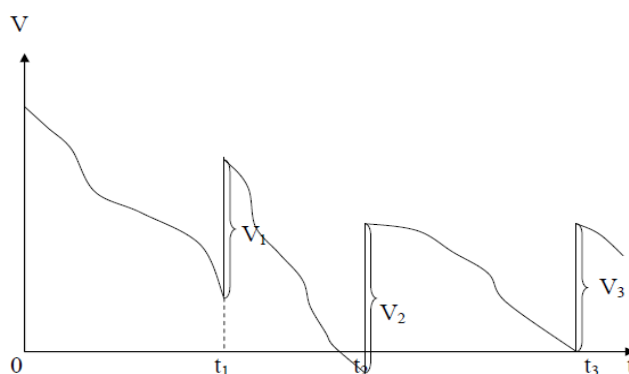


Рисунок 38. Типичная динамика запасов

На рисунке 38 представлена типичная картина динамики складских запасов, график изменения их объема во времени. Объем запасов постепенно убывает в соответствии со спросом. В некоторые моменты времени (на графике это моменты t_1 , t_2 , t_3) на склад поступают поставки (объема V_1 , V_2 , V_3). Размер поставки соответствует длине вертикального отрезка. Запас вырастает на величину поставки.

Поставка в момент t_1 поступила, когда на складе еще оставались запасы. Поставка в момент t_2 пришла в ситуации дефицита (запасы отрицательны, у склада имеется задолженность перед спросом, удовлетворяемая из пришедшей поставки). Поставка в момент t_3 застала ситуацию, когда запасы как раз исчерпались.

Размеры поставок могут быть различными, сами поставки могут поступать на склад нерегулярно.

Формируя стратегию управления запасами, мы, в общем случае, стремимся управлять дискретными поставками, стремясь приспособиться к неуправляемому, но прогнозируемому спросу.

Стратегия управления запасами – это последовательность решений, определяющих моменты поставок и их объемы. Таким образом, стратегия отвечает на два вопроса: *Когда?* и *Сколько?*

Качество стратегии управления запасами характеризуется издержками. Стратегия эффективна, когда издержки минимальны.

Издержки связаны с поставками и хранением запасов, а также с дефицитом. Рассмотрим работу системы в отсутствие дефицита.

Издержки по поставкам подразделяются на постоянную и переменную составляющую.

Постоянные издержки по поставкам – это издержки, не зависящие от размеров поставки. К ним относятся организация заказа, телефонные переговоры, командировочные и частично транспортные расходы и т.д. Такие издержки, в расчете на единицу времени, будут большими, если поставки организуются часто (вне зависимости от их объемов), и малыми, если поставки происходят редко. Эти издержки зависят от принимаемых решений, релевантны разрабатываемой стратегии. Они должны быть включены в анализ разрабатываемой стратегии управления запасами.

Обозначим такие затраты посредством *a*. Переменные издержки по поставкам – это затраты на закупку товара, страховые и таможенные сборы, исчисляемые как процент от стоимости товара и другие издержки такого рода. Рассмотрим длительный промежуток времени. В условиях бездефицитной работы система должна покрыть весь объем спроса за это время. Объем спроса не зависит решений по поставкам, от того, большими или малыми партиями, редко или часто будет пополняться запас. А переменные издержки по поставкам определяются объемом спроса. Таким образом, они иррелевантны разрабатываемой стратегии управления запасами, и по этой причине их можно вынести за рамки анализа при разработке решений по поставкам.

Издержки по хранению также подразделяются на постоянную и переменную составляющую.

Постоянные издержки по хранению – это издержки, не зависящие от объемов хранимого запаса. Они связаны, в первую очередь, с арендой складских площадей, оплатой работы персонала, оплатой коммунальных услуг, охраны помещений. Такие издержки не меняются при изменении решений по поставкам, не зависят от этих решений. Они иррелевантны разрабатываемой стратегии управления запасами, и по этой причине их можно устранить из дальнейшего анализа.

Переменные издержки по хранению – это издержки, зависящие от объемов хранимого запаса. Они пропорциональны размерам запаса и срокам хранения. Сюда попадают упущенная выгода от замораживания оборотных средств, страховка запаса, оплата работ по предпродажной подготовке, перефасовке товара и т.д. Это релевантные издержки.

Затраты по хранению единицы продукции в течение единицы времени обозначим посредством b . Традиционно эта величина выражается как определенный процент i от цены (стоимости единицы) запаса c : $b = ic$.

Дефицит связан с многообразными потерями – потерей не только текущей выгоды, но и будущих возможностей, упущенными клиентами, потерей перспективы. Мы начнем изучение предположения о недопустимости дефицита, затем перейдем к моделированию более сложных ситуаций, когда дефицит допускается, но за него приходится платить.

Таким образом, в дальнейшем анализе участвуют две величины: величина a постоянных затрат по поставкам и величина b – коэффициент переменных затрат по хранению.

Отметим, что в анализ включаются только затраты, зависящие от решений по поставкам. Затраты, иррелевантные таким решениям, не зависящие от них, в анализ не включаются.

Например, размер арендуемых складских площадей обычно не поддается подгонке под объем хранимого запаса, поэтому арендная плата не войдет в оптимизационные расчеты. Затраты по стоимости товара определяются спросом и тоже непосредственно не входят в оптимизационные расчеты. Однако если размер площадей можно регулировать, то это следует учитывать в составе переменных затрат. Если стоимость партии не пропорциональна ее размеру (например, в связи с оптовой скидкой) или если цена изменяется во времени (например, цена сельскохозяйственной продукции), то это также следует включить в оптимизационные расчеты.

В качестве критерия оптимальности рассматриваются средние издержки за единицу времени. Эту величину следует минимизировать.

Если за время t возникло n поставок, то общие издержки за это время составят величину R :

$$R(t) = a \times n(t) + b \times \int_0^t V(x) dx.$$

Средние издержки за единицу времени составят величину $M(t)$:

$$M(t) = \frac{R(t)}{t}.$$

Оптимизируемая величина не должна зависеть от выбора того или иного конкретного отрезка времени t , поэтому в качестве критерия рассматривается величина L :

$$L = \lim_{t \rightarrow \infty} M(t).$$

Модели одного товара. Простейшая модель и формулы Уилсона .

Начнем с простейшей модели, предполагающей отсутствие неопределенностей. Мы увидим далее, что эта модель лежит в основе других, существенно более сложных и развитых моделей управления запасами.

Продукция поступает на склад, хранится там и уходит со склада в соответствии со спросом. В простейшей модели все полностью прогнозируемо, интенсивность спроса известна и постоянна. Обозначим ее

посредством α . Таким образом, в единицу времени со склада уходит α единиц продукции.

Запас на складе пополняется периодически и одинаковыми поставками (партиями). Пусть T – период времени между поставками (длина цикла), Q – размер партии. Типичная динамика величины складского запаса V во времени представлена на рисунке 39.

Дефицит (неудовлетворенный спрос) в простейшей модели рассматривается как явление недопустимое.

Слишком ранний приход поставки, когда запас еще имеется, не выгоден, поскольку приходится хранить лишний запас (и раньше времени оплачивать поставку).

Поскольку неопределенность отсутствует, то все можно спрогнозировать и рассчитать. Очередная партия должна приходить в момент, когда запас на складе опускается в точности до 0. В момент поставки размер запаса поднимается вверх на величину поставки Q и затем расходуется с постоянной интенсивностью α . Величина α определяет угол наклона прямых на графике. Поскольку интенсивность постоянна, то наклонные прямые параллельны.

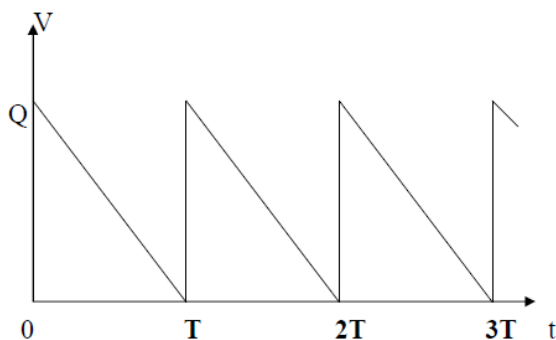


Рисунок 39. Динамика складского запаса в простейшей модели. Размер партии и длина цикла связаны соотношением:

$$Q = \alpha T.$$

Можно пополнять запас большими партиями через длинные промежутки времени, а можно – малыми партиями и через короткие промежутки. Задача в том, чтобы определить оптимальный размер партии (и, соответственно, оптимальную длину цикла).

Рассмотрим средние затраты в единицу времени. Поскольку ситуация циклически повторяется, то оптимизационные расчеты достаточно провести для одного цикла. На промежутке времени T постоянная составляющая затрат равна a (одна поставка), переменная составляющая затрат равна $0,5 \times Q \times T \times b$ (площадь треугольника, умноженная на коэффициент b). Общие затраты на промежутке T равны сумме этих двух составляющих, а средние затраты L в единицу времени определяются формулой:

$$L = \frac{a + 0,5QTb}{T} = \frac{a + 0,5b\alpha T^2}{T} = \frac{a}{T} + 0,5b\alpha T.$$

Полученное выражение содержит сумму двух слагаемых. Первое слагаемое, a/T , определяется постоянной составляющей затрат и представляет собой обратно пропорциональную зависимость от T . Второе слагаемое,

$0,5b\alpha T$, определяется переменной составляющей затрат и представляет собой прямо пропорциональную зависимость от T .

При коротких циклах T (частые поставки небольшими партиями) затраты будут значительными за счет первого слагаемого. При длинных циклах T (редкие поставки крупными партиями) – за счет второго.

Сумма этих слагаемых достигает минимума при некоторой промежуточной длине цикла T^* (рисунок 40).

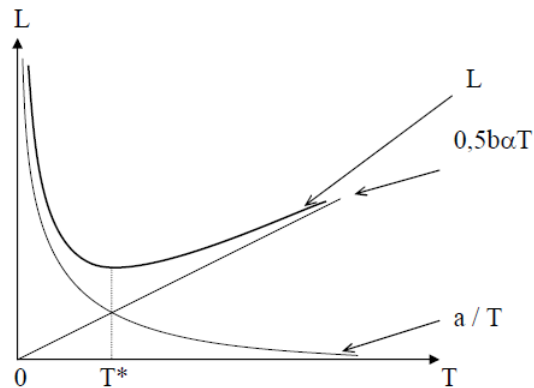


Рисунок 40. Графики затрат

Для того чтобы рассчитать оптимальный цикл T^* , достаточно про дифференцировать полученное выражение для затрат L и приравнять производную нулю. Получим:

$$L' = -\frac{a}{T^2} + 0,5b\alpha = 0.$$

Отсюда

$$T = \pm \sqrt{\frac{2a}{b\alpha}}.$$

Поскольку отрицательное значение T смысла не имеет, в качестве оптимальной длины цикла T^* получаем единственную величину:

$$T^* = \sqrt{\frac{2a}{b\alpha}}.$$

Вспомним, что размер партии и длина цикла связаны соотношением $Q = \alpha T$. Отсюда для оптимального размера партии Q^* получаем:

$$Q^* = \alpha T^* = \alpha \sqrt{\frac{2a}{b\alpha}} = \sqrt{\frac{2a\alpha}{b}}.$$

Оптимальный размер партии в этих условиях называется также *экономичным объемом заказа* (*economic order quantity* – EОQ).

Для получения минимальных средних затрат в единицу времени L^* следует подставить T^* в указанную выше формулу для L . В результате получим:

$$L^* = \frac{a}{T^*} + 0,5b\alpha T^* = \frac{a}{\sqrt{\frac{2a}{b\alpha}}} + 0,5b\alpha \sqrt{\frac{2a}{b\alpha}} = \frac{\sqrt{2ab\alpha}}{2} + \frac{\sqrt{2ab\alpha}}{2} = \sqrt{2ab\alpha}.$$

Отметим, что два слагаемых, соответствующих постоянной и переменной составляющей затрат, оказались равны друг другу (это отчетливо проявляется на предпоследнем шаге преобразований). Таким образом, минимум затрат соответствует балансу постоянной и переменной составляющей. На рисунке 40 точка минимума общих затрат лежит прямо над точкой пересечения линий постоянных и переменных затрат.

Полученные формулы для T^* , Q^* , L^* называются *формулами Уилсона (Wilson)*. Они действительны для простейшей модели, соответствующей весьма жестким предположениям. Однако формулы для других, сложных моделей, гораздо более приближенных к реальности, обычно оказываются модификациями формул Уилсона. В этом смысле формулы Уилсона имеют базовый характер.

Величина L не включает непосредственно затраты, связанные со стоимостью товара. Для обеспечения спроса в единицу времени требуется α единиц товара. Пусть товар покупается по цене c . Тогда затраты по стоимости товара равны $c \alpha$. Обозначим посредством \bar{L} средние издержки в единицу времени с учетом стоимости партии. Тогда: $\bar{L} = L + c\alpha$.

При реализации оптимальной стратегии получаем: $\bar{L}^* = L + c\alpha$.

Поставка партии на склад требует определенного времени. Поэтому заказ на поставку подается с упреждением. Обозначим *срок поставки (период упреждения)* посредством τ . В зависимости от конкретных условий он может измеряться минутами, часами, днями, неделями.

Для того чтобы заказанная партия поступила точно в требуемый момент, заказ следует подавать заранее, за время τ до этого момента.

Предположим, что срок выполнения заказа τ меньше длины цикла T . В момент поступления объем запаса должен быть равен 0. Следовательно, в момент подачи заказа объем запаса на складе должен составлять величину K , определяемую формулой: $K = \tau \times \alpha$.

Эта величина K называется *критическим объемом* (или *критическим уровнем*) запаса.

В общем случае, когда срок поставки τ может оказаться как меньше, так и больше длины цикла T , критический уровень запаса рассчитывается по формуле:

$$K = \tau' \times \alpha,$$

где $\tau' = \tau - T \times \text{ЦЕЛОЕ}(\tau / T)$.

Контрольные вопросы:

1. В чем заключается стратегия управления запасами.
2. Объясните картину изменения динамики складских запасов.
3. Дать определение издержкам по хранению.
4. Дать определения постоянным и переменным издержкам.
5. Описать модель одного товара.
6. Описать формулу Уилсона.

Литература:

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах, Изд. "Высшая школа" 1986.
2. Бурков В.Н., Кулжабаев Н.М. Активные системы и деловые игры– Алматы:2000.
3. Бурков В.Н. Основы математической теории активных систем. М.: Наука, 1977.
- 4.Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология – Москва: Наука, 1988
- 5.Зуховицкий С.И. Авдеева Л.И. Линейное и выпуклое программирование, Изд. "Наука". Москва 1967.
- 6.Кулжабаев Н.М. Исследование операции. Учебное пособие. –Алматы:РИК КАО имени И.Алтынсарина,1999.
- 7.Кулжабаев Н.М. Муханова Г.С. Системный анализ и исследование операции.